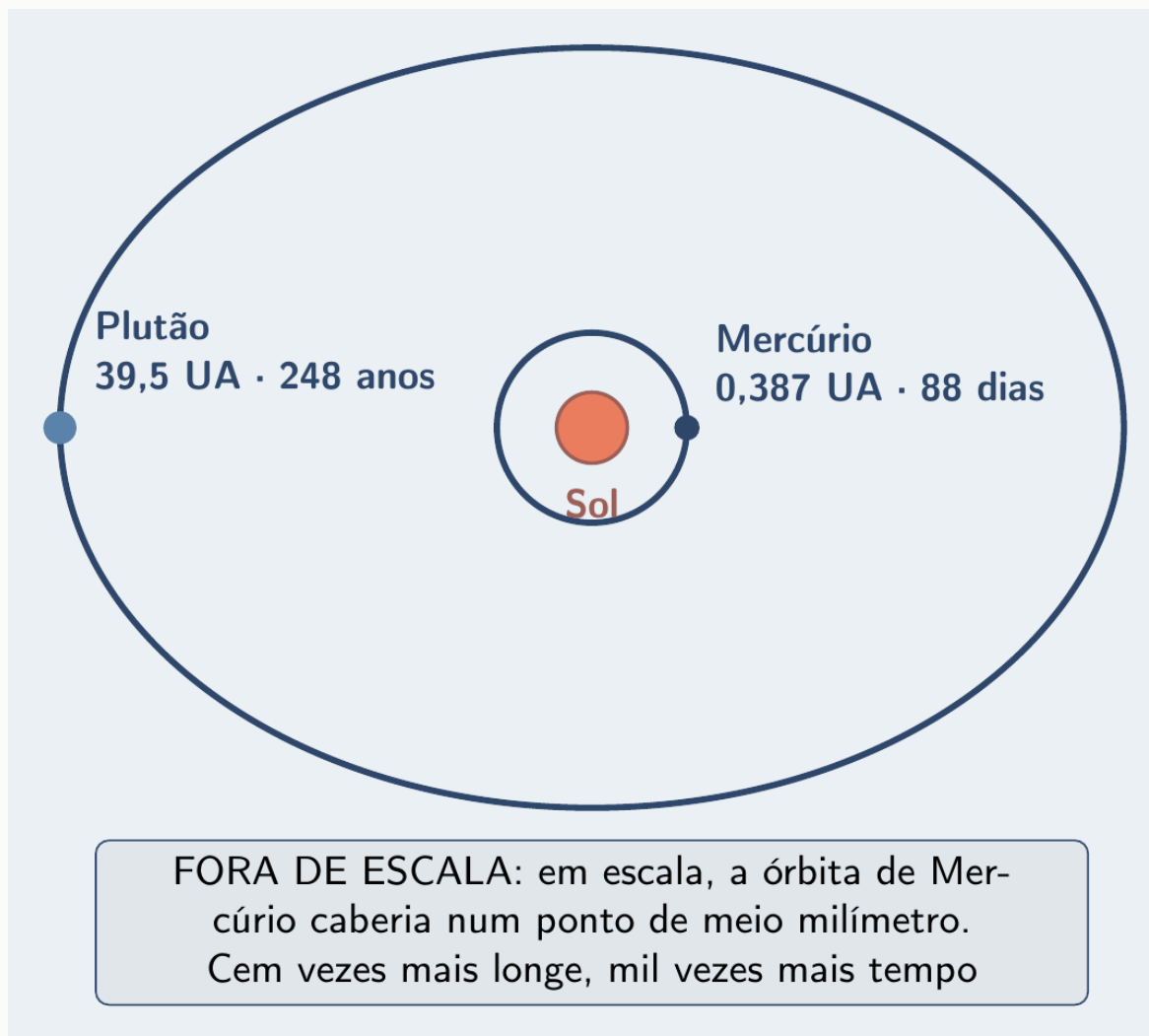


Mecânica III · Episódio 3

A conta que liga Plutão a Mercúrio

A 3ª lei de Kepler

O caso



- Mercúrio: **0,387 UA** · volta em **87,97 dias**
- Plutão: **39,48 UA** · volta em **247,94 anos**
- cerca de 100 vezes a distância · cerca de 1 000 vezes o tempo (1 029)
- 2022: sonda bate em Dimorphos → período cai **32 min**

Pergunta do episódio

Que regra amarra a distância ao tempo de uma volta?

Conceito 1 – O que falta à 2ª lei

		distância média	uma volta
	•	Mercúrio 0,39 UA	88 dias
	•	Vênus 0,72 UA	225 dias
	•	Terra 1,00 UA	1 ano
	•	Marte 1,52 UA	1,9 ano
	•	Júpiter 5,2 UA	11,9 anos
	•	Saturno 9,6 UA	29,5 anos
	•	Urano 19,2 UA	84 anos
	•	Netuno 30,1 UA	165 anos
	•	Plutão 39,5 UA	248 anos

mais longe, mais tempo — mas não na mesma proporção: Saturno está 9,6 vezes mais longe que a Terra e leva 29,5 anos, não 9,6

Plutão é planeta anão; discos fora de escala

- a 2ª lei: ritmo **dentro** da volta · não a duração
- mais longe → mais tempo · **não** proporcional
- distante: mais caminho **e** mais lento (Netuno 5,4 km/s)

Exemplo resolvido – Saturno fora da proporção

Saturno: 9,6 UA · 29,5 anos · Terra: 1 UA · 1 ano · tempo por UA (q)?

Fórmula:

$$q = \frac{T}{a}$$

Substituição:

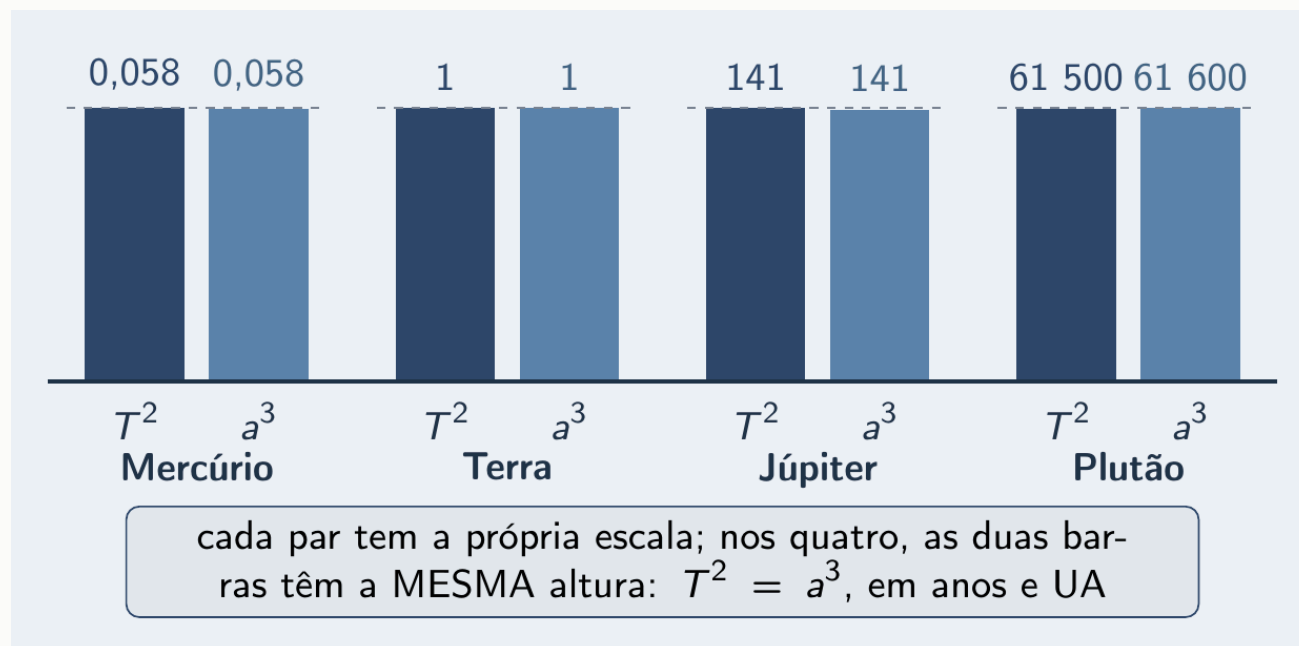
$$q = \frac{29,5}{9,6}$$

Resultado:

$$q \approx \mathbf{3,1} \text{ anos/UA}$$

- Terra: 1 ano/UA → cresce mais que a distância

Conceito 2 – 3ª lei de Kepler



$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$$

- T : período · a : semieixo maior
- mesma constante para o **mesmo centro**
- massa de quem orbita: **não entra**

Exemplo resolvido – Plutão confere

Centro: Sol · 248 anos · 39,5 UA

Fórmula:

Substituição:

Resultado:

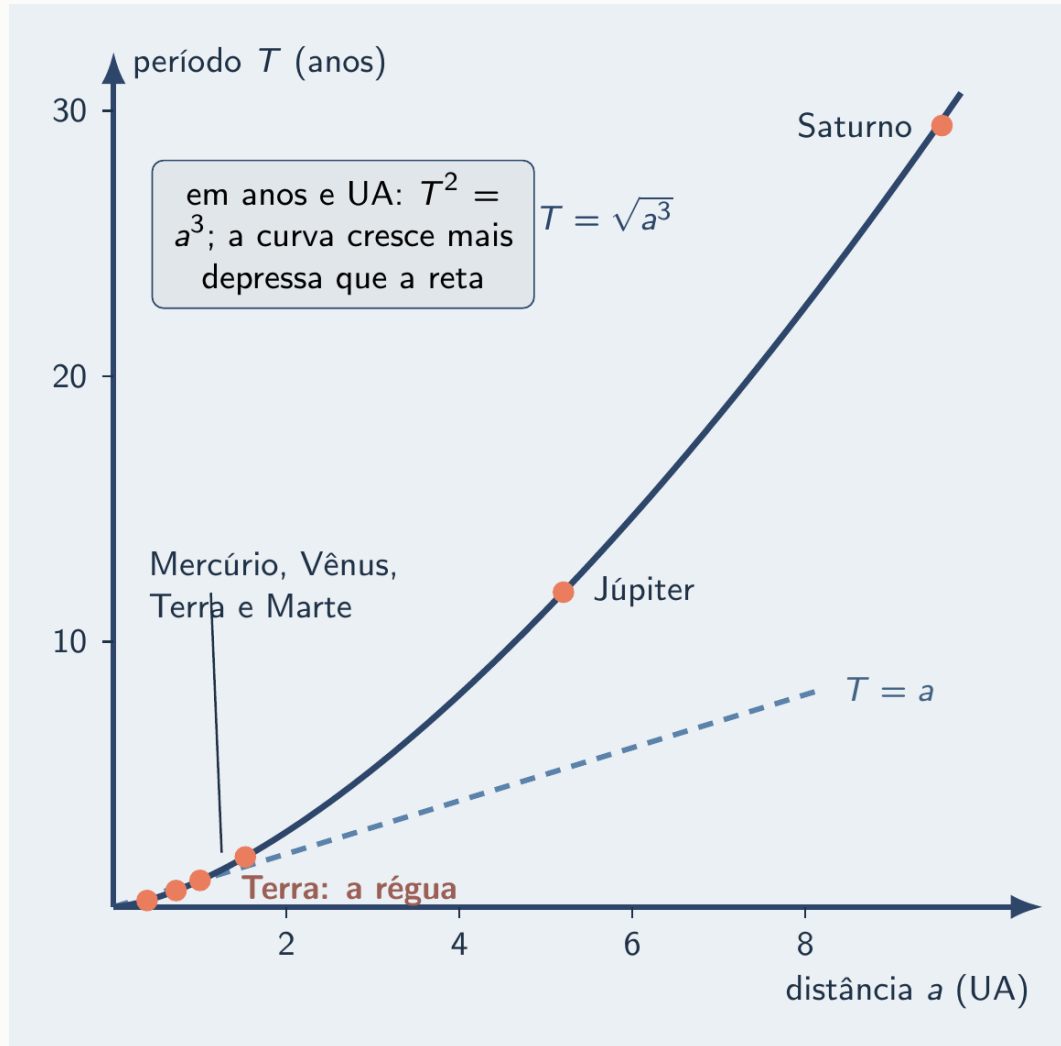
$$T^2 = a^3$$

$$248^2 \approx 39,5^3$$

$$61\,504 \approx 61\,630$$

- em anos e UA · diferença menor que 1%

Conceito 3 – Régua da Terra: $T^2 = a^3$



- Terra: 1 ano · 1 UA → constante igual a 1
- só **Sol** no centro · só **anos e UA**

$$T = \sqrt{a^3}$$

$$a = \sqrt[3]{T^2}$$

Exemplo resolvido – Mercúrio confere

Centro: Sol · 88 dias · 0,387 UA

Fórmula:

$$T = \frac{\text{dias}}{365}$$

$$T^2 = a^3$$

Substituição:

$$T = \frac{88}{365}$$

$$0,241^2 = 0,387^3$$

Resultado:

$$T = \mathbf{0,241} \text{ ano}$$

$$\mathbf{0,058 = 0,058}$$

- em dias, a igualdade some

Conceito 4 – Razão entre órbitas

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^{1,5}$$

distância × 2



tempo × 2,8

distância × 4



tempo × 8

distância × 100



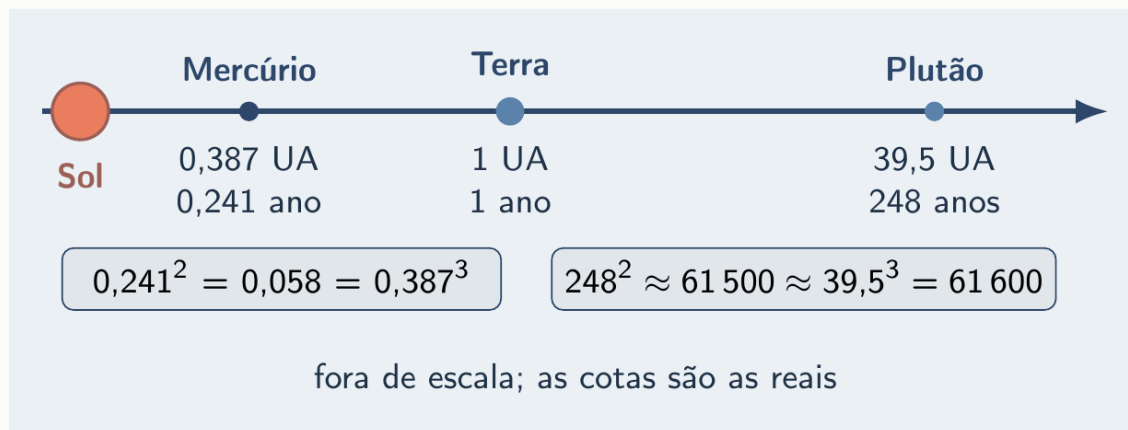
tempo × 1 000

a tabela de preços do universo: o tempo de uma volta custa a distância elevada a um e meio — a mesma tabela para tudo que orbita o mesmo centro

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^{1,5}$$

- sem constante
- distância 2 vezes → **2,8**; 4 vezes → **8**; 100 vezes → **1 000**
- caminho: razão ao cubo, depois raiz quadrada

Exemplo resolvido – Plutão contra Mercúrio



Centro: Sol · 39,5 UA e 0,387 UA

Fórmula:

$$k = \frac{a_2}{a_1}$$

Substituição:

$$k = \frac{39,5}{0,387}$$

Resultado:

$$k \approx \mathbf{102}$$

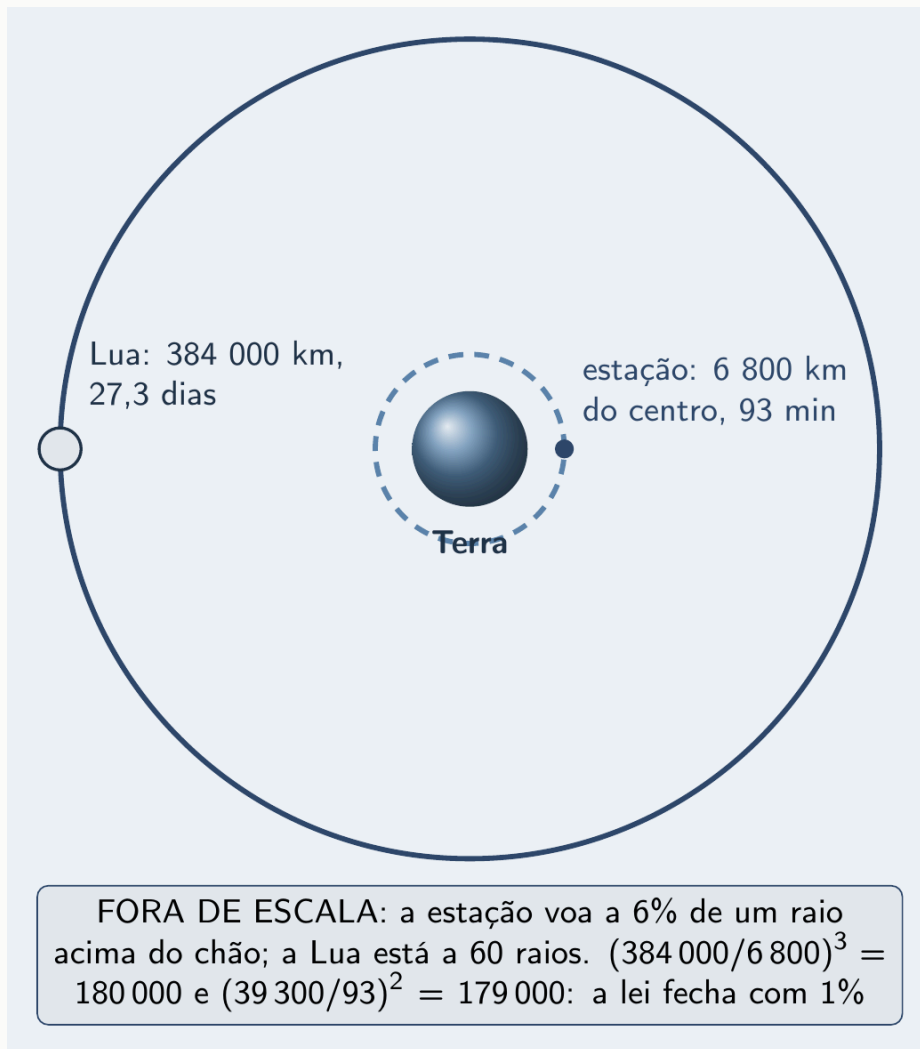
$$\frac{T_2}{T_1} = k \sqrt{k}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 102 \cdot 10,1$$

$$\frac{T_2}{T_1} \approx \mathbf{1\,030}$$

- medido: 1 029

Conceito 5 – Outro centro, outra constante



- centro Terra: estação **6 800 km**, 93 min · Lua **384 000 km**, 27,3 d
- raio da órbita:
$$r = R_{\text{Terra}} + \text{altitude}$$
- Lua e Marte: centros diferentes → sem comparação

Exemplo resolvido – uma volta por dia

Centro: Terra · estação: 6 800 km, 93 min · satélite: 42 200 km

Fórmula:

$$k = \frac{r_2}{r_1}$$

Substituição:

$$k = \frac{42\,200}{6\,800}$$

Resultado:

$$k \approx \mathbf{6,2}$$

$$k^{1,5} = k \sqrt{k}$$

$$k^{1,5} = 6,2 \cdot \sqrt{6,2}$$

$$k^{1,5} \approx \mathbf{15,4}$$

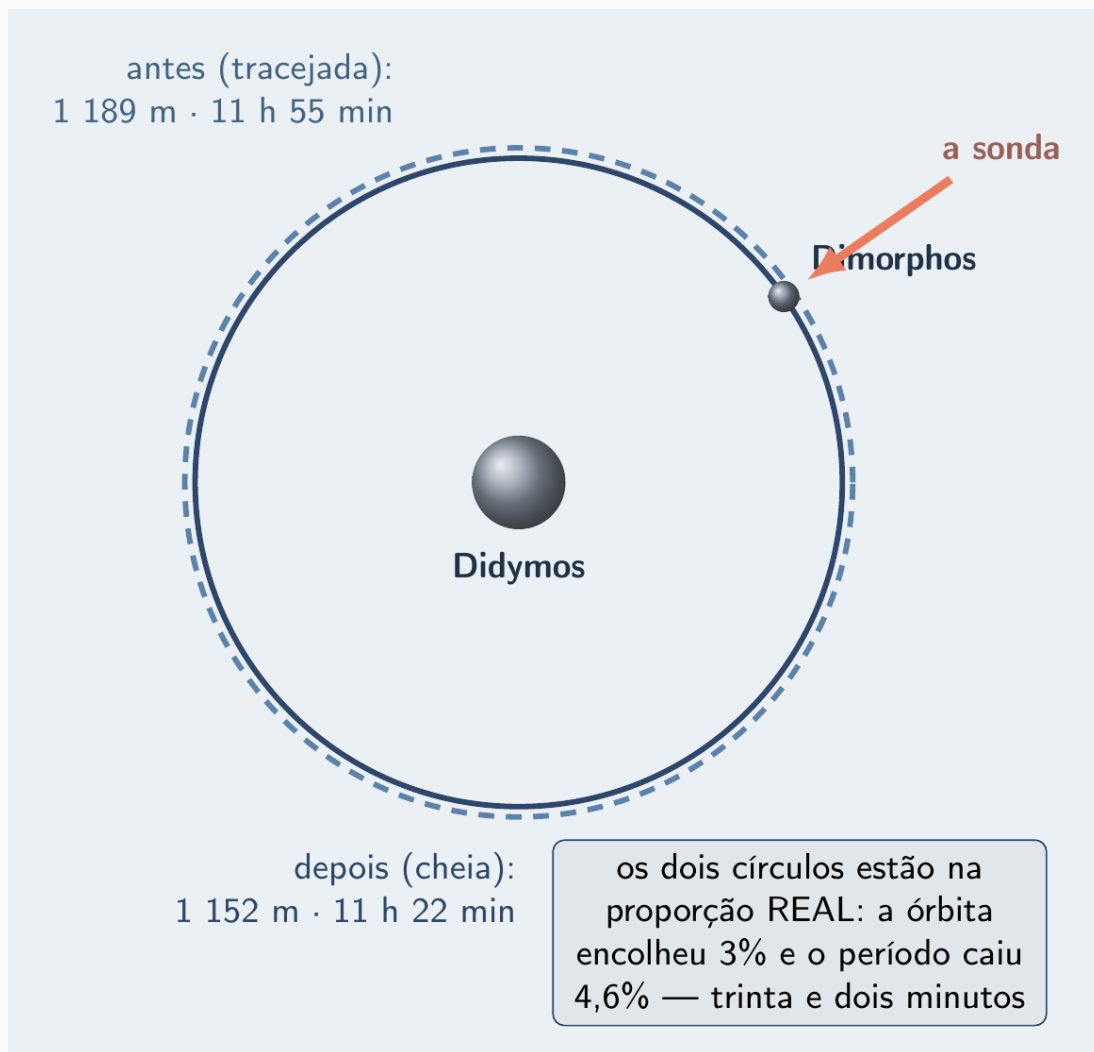
$$T_2 = T_1 k^{1,5}$$

$$T_2 = 93 \cdot 15,4$$

$$T_2 \approx \mathbf{1\,430\,min}$$

- cerca de 24 h · geoestacionário

Conceito 6 – Os 32 minutos do DART



- centro: **Didymos** · 1 189 m → 1 152 m (−3,1%)
- período: 11 h 55 min → 11 h 22 min (−4,6%)
- órbita menor → **período menor** · massa do centro cancela

Exemplo resolvido – o período depois do impacto

Centro: Didymos · órbita de 1 189 m → 1 152 m · antes: 715 min

Fórmula:

$$k = \frac{a_2}{a_1}$$

Substituição:

$$k = \frac{1\,152}{1\,189}$$

Resultado:

$$k \approx \mathbf{0,969}$$

$$k^{1,5} = k \sqrt{k}$$

$$k^{1,5} = 0,969 \cdot \sqrt{0,969}$$

$$k^{1,5} \approx \mathbf{0,954}$$

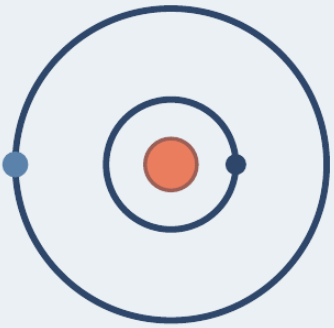
$$T_2 = T_1 k^{1,5}$$

$$T_2 = 715 \cdot 0,954$$

$$T_2 \approx \mathbf{682\,min}$$

- 682 min: 11 h 22 min

Radar ENEM



perto: T pequeno
longe: T grande

T^2/a^3 é o MESMO
para o mesmo centro;
para o Sol, em anos e UA, $T^2 = a^3$;
distância $\times 2$, período $\times 2,8$

~~o período é proporcional à distância;
 $T^2 = a^3$ vale para qualquer centro;
o corpo mais pesado demora mais~~

o período depende da distância e do centro —
não da massa do que orbita

- ✗ período proporcional à distância
- ✗ $T^2 = a^3$ em qualquer unidade ou centro
- ✗ satélite pesado demora mais
- ✗ altitude no lugar do raio
- ✗ órbita menor, período maior
- ✓ conferir: $\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$

Resumo em cinco peças

1 3ª lei: T^2/a^3
constante para
o mesmo centro

2 para o Sol, em
anos e UA:
 $T^2 = a^3$

3 cem vezes mais
longe, mil vezes
mais tempo

4 órbita menor,
período menor:
o DART em 32 min

5 a constante
depende
do centro — de onde
vem é o cap. 6

1. $\frac{T^2}{a^3}$ fixo, mesmo centro

2. Sol, anos, UA: $T^2 = a^3$

3. 100 vezes longe, 1 000 vezes
tempo

4. órbita menor, período menor

5. constante muda com o centro

Treine no jogo



QR do jogo → <https://professorcanario.com.br/m3/c3/lista>

Canarinho · lista do Episódio 3

Depois da aula: o combo deste episódio

[Abrir arena](#)

Vídeo em capítulos



Vá direto ao trecho que precisa.

<https://professorcanario.com.br/m3/c3/video>

Lista no app



As questões deste episódio,
para treinar.

<https://professorcanario.com.br/m3/c3/lista>

Livro da minissérie



Com QR em cada capítulo, que
leva ao vídeo e à lista daquele
tema.

<https://professorcanario.com.br/mecanica3/livro/>