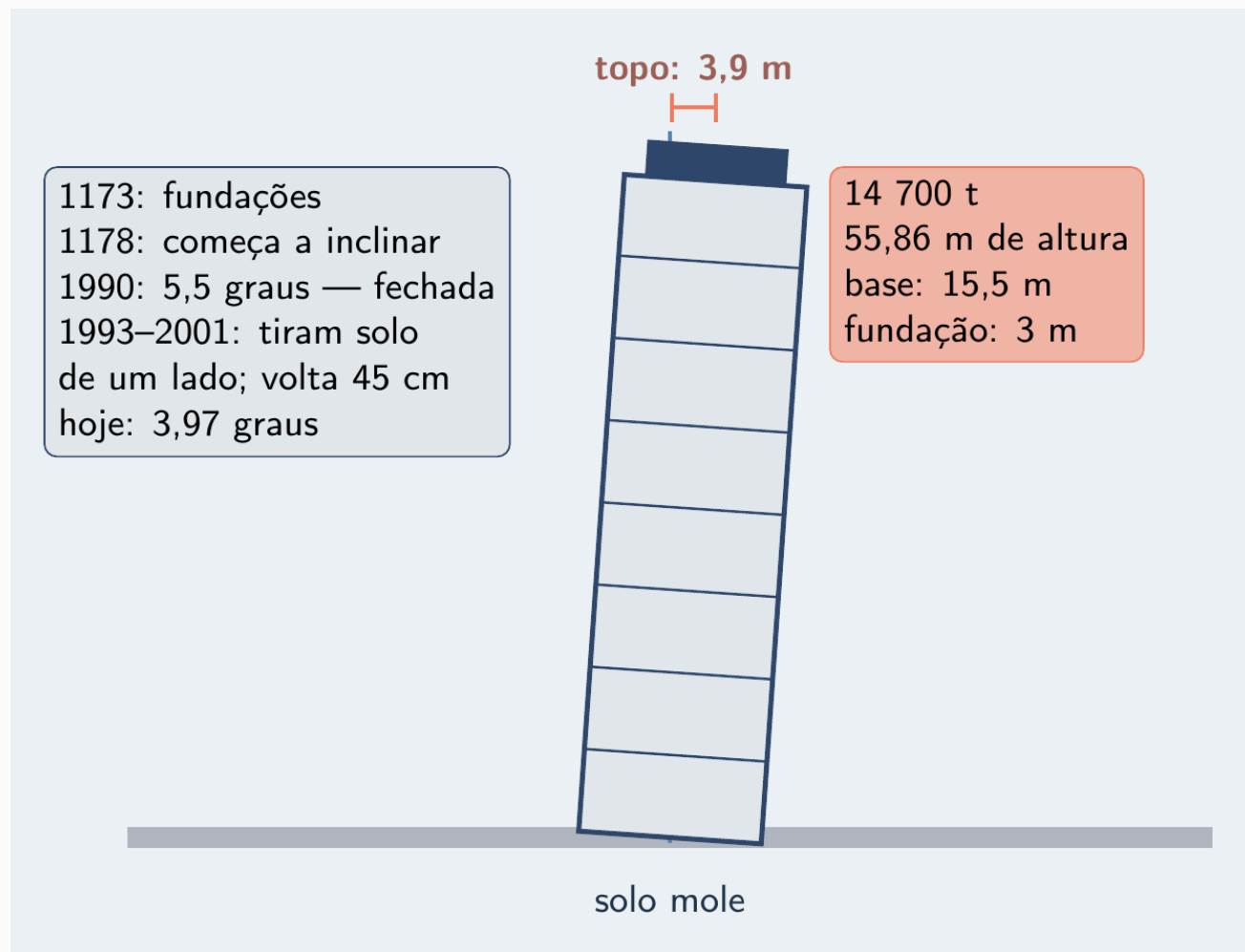


Mecânica IV · Episódio 3

A torre que inclina há quase 850 anos e não cai

Centro de gravidade e tombamento

O caso

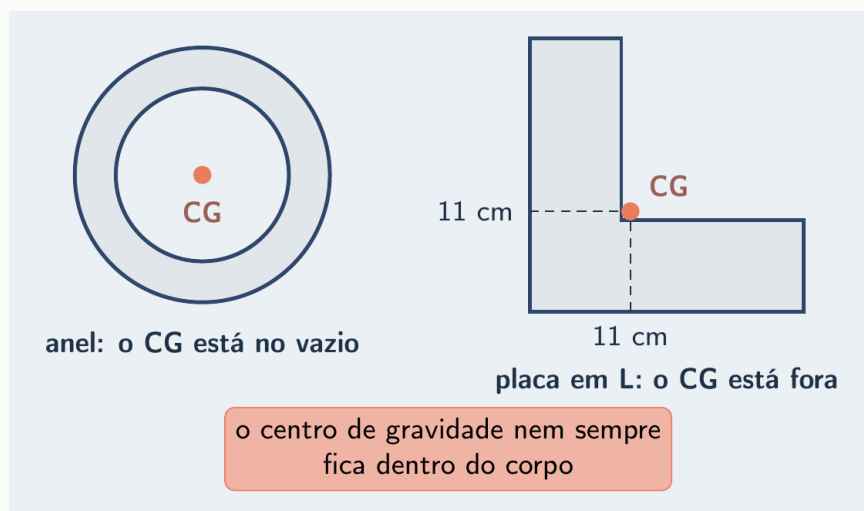
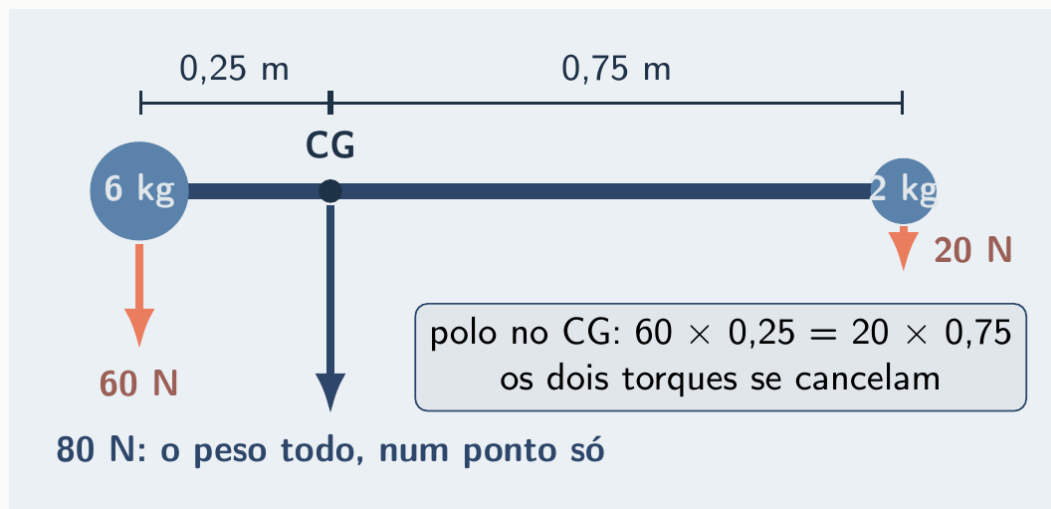


- 1173: fundações · 1178: começa a afundar de um lado
- 14 700 t · 55,86 m · base de 15,5 m · fundação de só 3 m
- 1990: 5,5° e portões fechados
- 1993–2001: 38 m³ de solo retirados → volta 45 cm · hoje 3,97°

Pergunta do episódio

Torta há séculos: o que a mantém de pé — e o que de fato a ameaça?

Conceito 1 – Centro de gravidade



- **CG**: ponto onde age o peso total
- posição: média ponderada pelos pesos (ou massas)
- corpo simétrico: centro geométrico · pode cair **fora** do corpo

Exemplo resolvido – duas esferas

Barra leve de 1 m · 6 kg numa ponta, 2 kg na outra

Fórmula:

$$x = \frac{m_1 \cdot 0 + m_2 L}{m_1 + m_2}$$

Substituição:

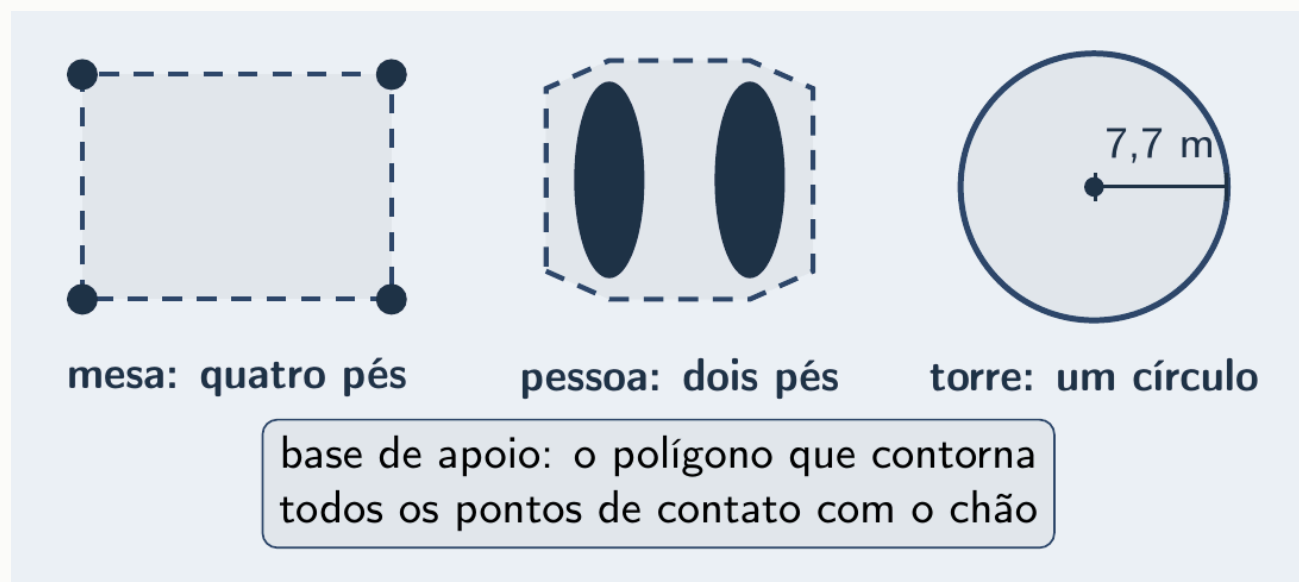
$$x = \frac{6 \cdot 0 + 2 \cdot 1}{8}$$

Resultado:

$$x = \mathbf{0,25\ m}$$

- da esfera de 6 kg

Conceito 2 – Base de apoio



- polígono convexo em volta de **todos** os contatos
- inclui o chão vazio entre os pés
- normal total igual ao peso, distribuída · só age **dentro** da base

Exemplo resolvido — a base da mesa

Mesa com pés nos cantos de um retângulo de 0,8 m por 1,2 m

Fórmula:

$$A = \text{largura} \cdot \text{comprimento}$$

Substituição:

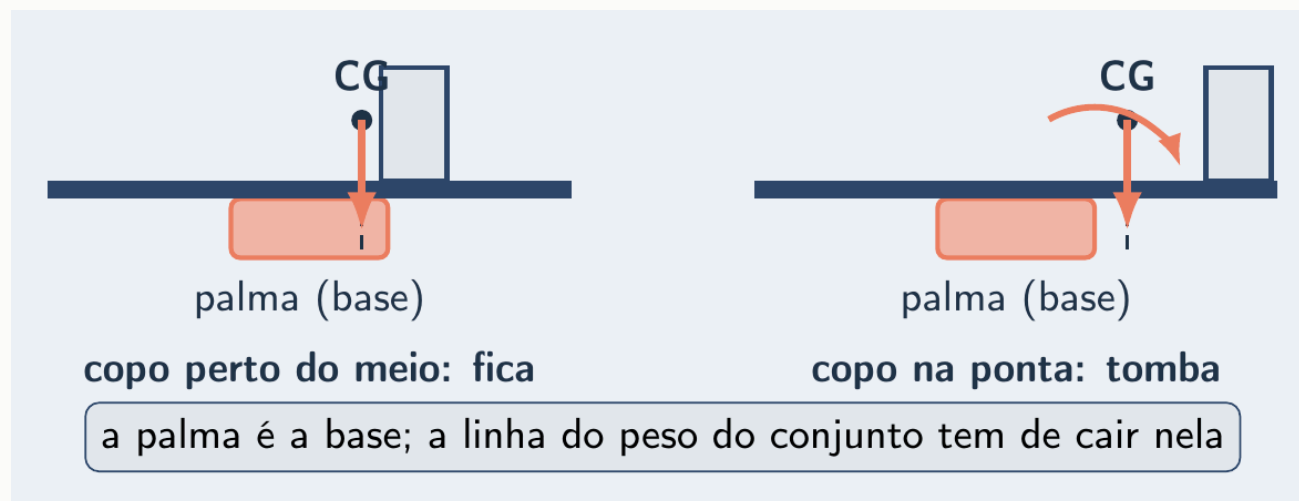
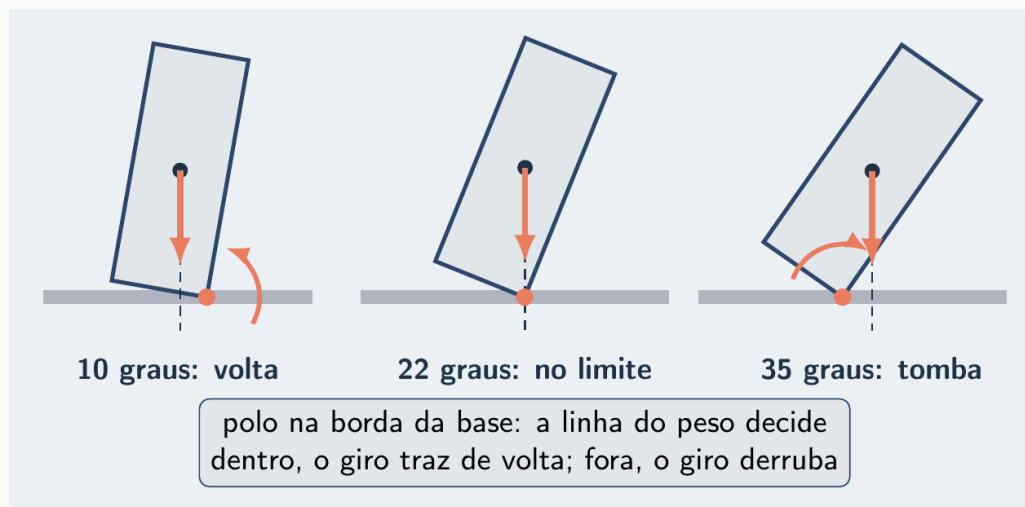
$$A = 0,8 \cdot 1,2$$

Resultado:

$$A = \mathbf{0,96 \, m^2}$$

- o meio sem pés também conta

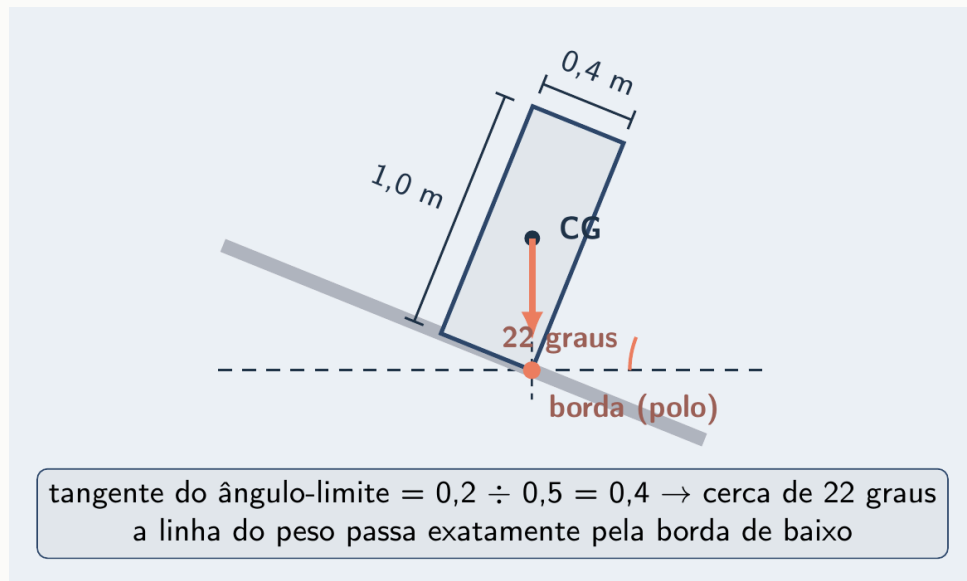
Conceito 3 – Tombamento



- polo na **borda** · vertical do CG decide
- dentro: volta · na borda: limite · fora: **tomba**
- limite (tombar não é escorregar):

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{b/2}{h_{\text{CG}}}$$

Exemplo resolvido – bloco na prancha



Bloco de 0,4 m por 1,0 m, CG no centro · atrito segura

Fórmula:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{b/2}{h/2}$$

Substituição:

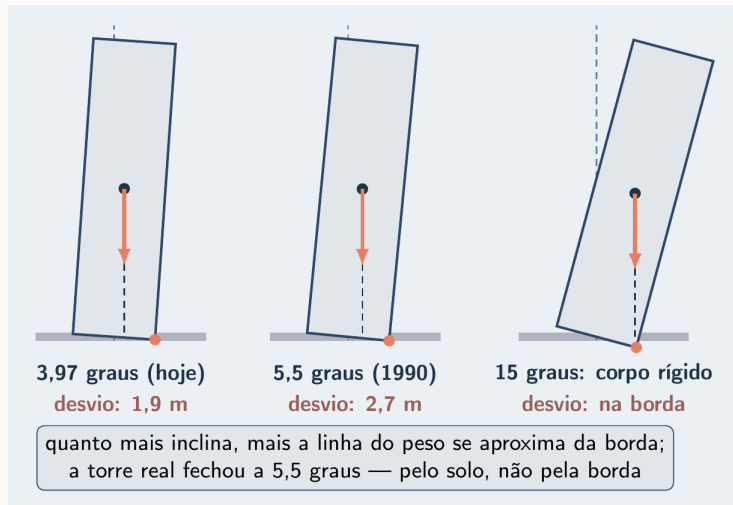
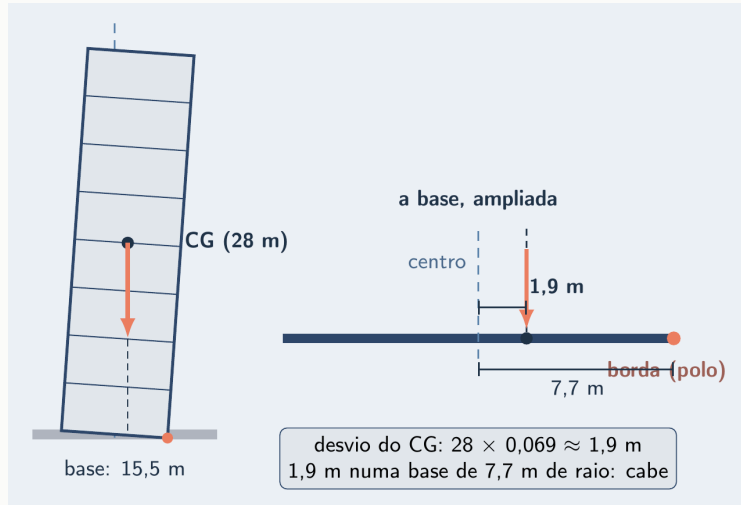
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$$

Resultado:

$$\theta \approx 22^\circ$$

- bloco de 0,6 m: $\operatorname{tg} \theta = 0,6 \rightarrow$ cerca de 31°

Conceito 4 – A torre em números



- modelo: cilindro uniforme · CG a 28 m (estimativa)
- desvio do CG: $28 \text{ m} \cdot \sin \theta$ · raio da base: cerca de 7,7 m
- rígido: limite perto de 15° · real: solo e pedra cedem antes

Exemplo resolvido – o desvio do CG

CG a 28 m · hoje a 3,97° · em 1990 a 5,5°

Fórmula:

$$d_{\text{hoje}} = h \sen 3,97^\circ$$

$$d_{1990} = h \sen 5,5^\circ$$

Substituição:

$$d_{\text{hoje}} = 28 \cdot 0,069$$

$$d_{1990} = 28 \cdot 0,096$$

Resultado:

$$d_{\text{hoje}} \approx \mathbf{1,9 \text{ m}}$$

$$d_{1990} \approx \mathbf{2,7 \text{ m}}$$

- ambos dentro da base

Exemplo resolvido – ângulo-limite e topo

Raio 7,7 m · CG a 28 m · topo a 55,9 m

Fórmula:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{r}{h_{\text{CG}}}$$

$$x_{\text{topo}} = H \operatorname{sen} 3,97^\circ$$

Substituição:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{7,7}{28} = 0,275$$

$$x_{\text{topo}} = 55,9 \cdot 0,069$$

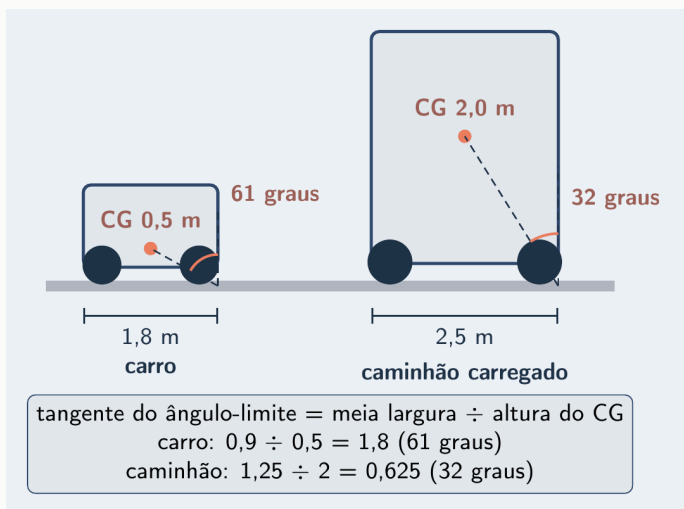
Resultado:

$$\theta \approx 15^\circ$$

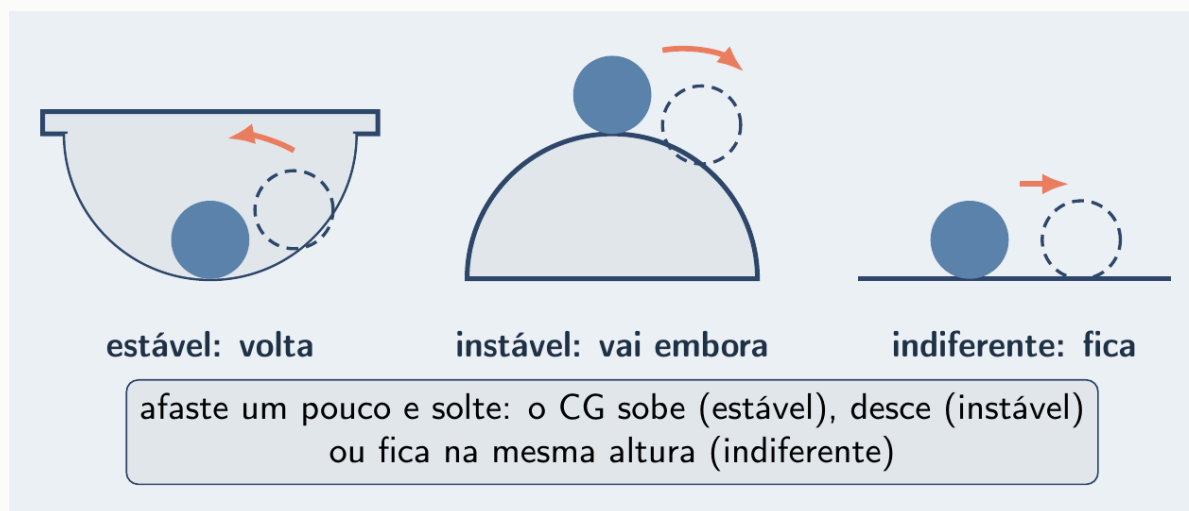
$$x_{\text{topo}} \approx 3,9 \text{ m}$$

- topo fora da vertical, hoje

Conceito 5 – Estabilidade



- estável: **CG baixo + base larga**
 - a massa não entra
- afastar e soltar: CG sobe → estável · desce → instável
- CG na mesma altura → indiferente



Exemplo resolvido – carro × caminhão

Carro: 1,8 m entre rodas, CG a 0,5 m · caminhão: 2,5 m, CG a 2,0 m

Fórmula:

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{carro}} = \frac{b/2}{h_{\text{CG}}}$$

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{cam}} = \frac{b/2}{h_{\text{CG}}}$$

Substituição:

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{carro}} = \frac{0,9}{0,5} = 1,8$$

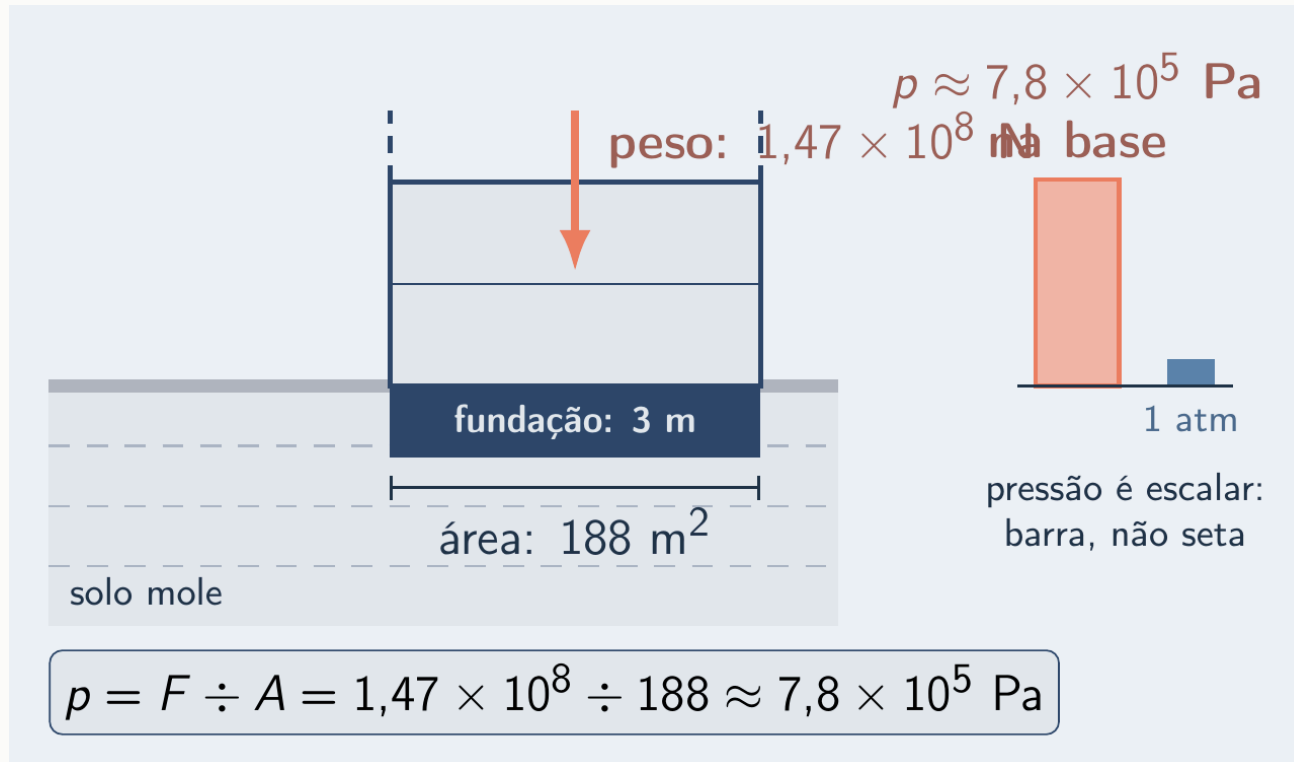
$$\operatorname{tg} \theta_{\text{cam}} = \frac{1,25}{2,0} = 0,625$$

Resultado:

$$\theta_{\text{carro}} \approx \mathbf{61^\circ}$$

$$\theta_{\text{cam}} \approx \mathbf{32^\circ}$$

Conceito 6 – O perigo é o chão



- $p = \frac{F}{A}$
- pressão é escalar: barra, não seta
- lado mais carregado afunda mais → inclina mais
- base larga e funda: menos pressão (cap. 4)

Exemplo resolvido – pressão no solo

14 700 t · base de 15,48 m de diâmetro (raio de cerca de 7,74 m) ·

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Fórmula:

Substituição:

Resultado:

$$P = m g$$

$$P = 1,47 \times 10^7 \cdot 10$$

$$P = 1,47 \times 10^8 \text{ N}$$

$$A = \pi r^2$$

$$A = 3,14 \cdot 7,74^2$$

$$A \approx 188 \text{ m}^2$$

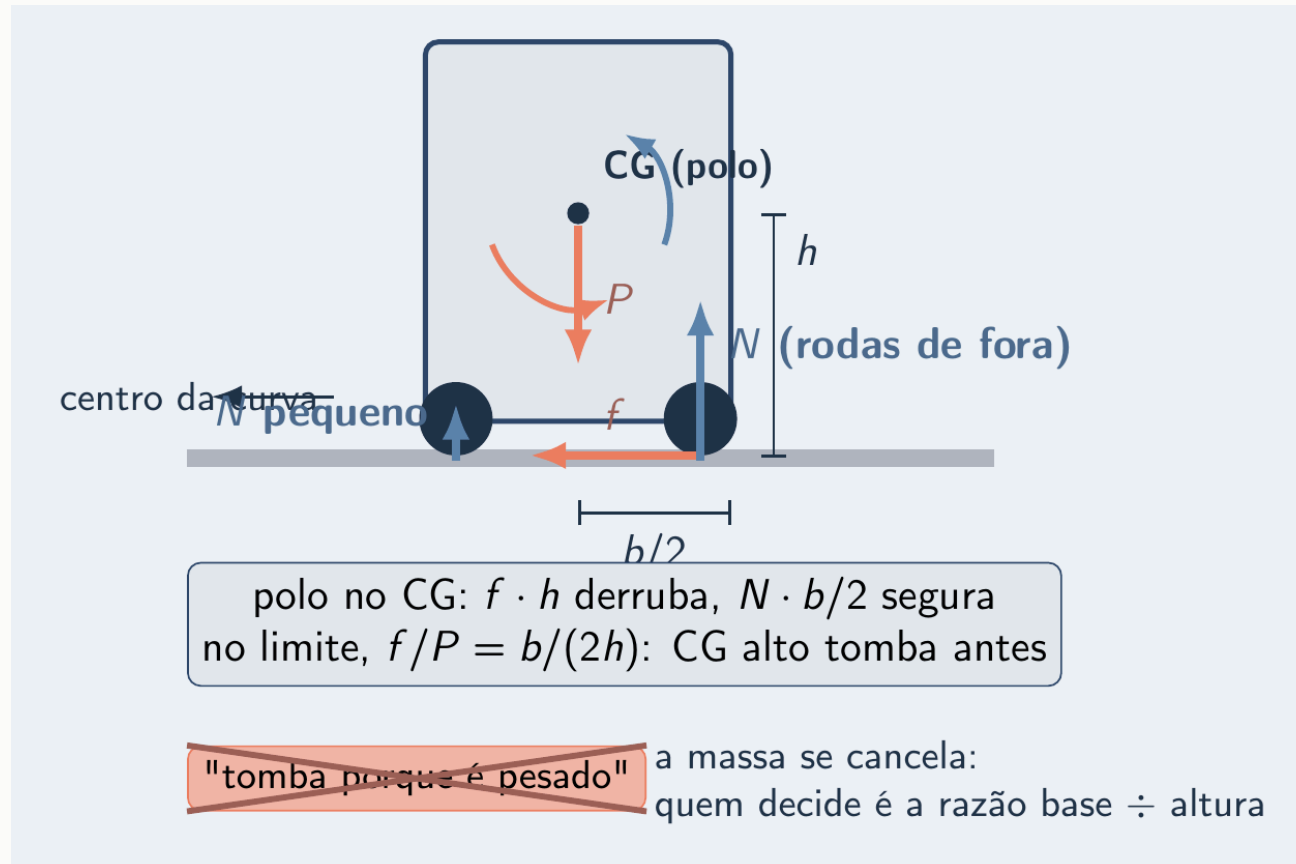
$$p = \frac{P}{A}$$

$$p = \frac{1,47 \times 10^8}{188}$$

$$p \approx 7,8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

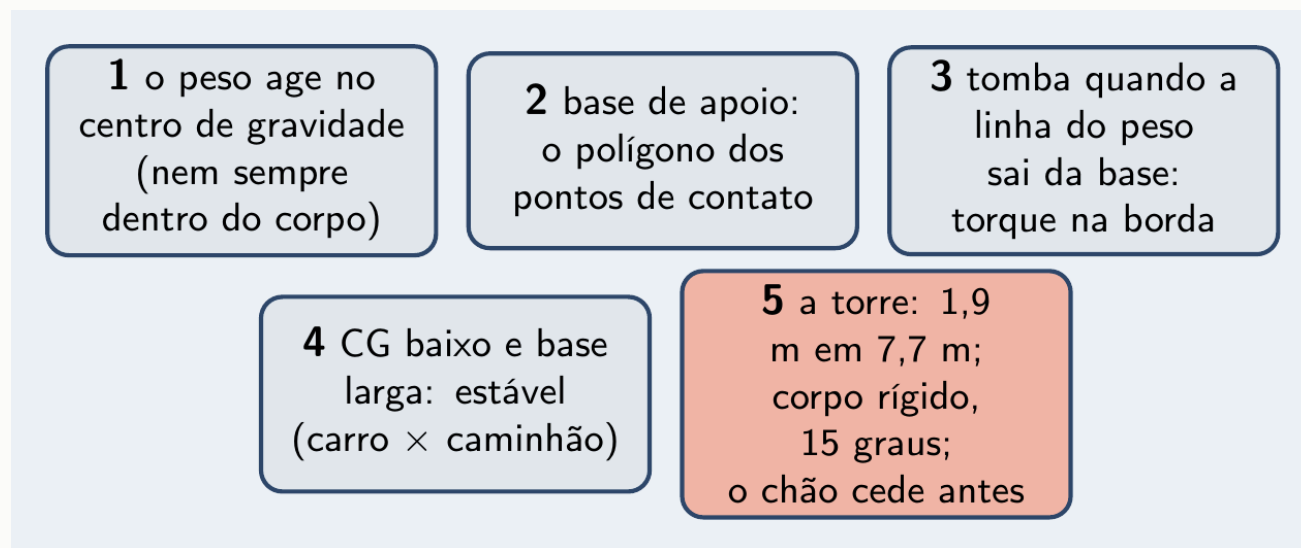
- cerca de 8 atm

Radar ENEM



- ✗ "tomba porque é pesado"
- ✗ largura ou altura inteiras na tangente
- ✗ desvio do topo no lugar do desvio do CG
- ✗ limite do modelo rígido lido como realidade
- ✓ curva: tomba se $\frac{f}{P} > \frac{b}{2h}$

Resumo em cinco peças



1. peso age no CG
2. base: polígono dos contatos
3. vertical fora da base: tomba
4. CG baixo, base larga
5. a torre: o chão cede antes

Treine no jogo



QR do jogo → <https://professorcanario.com.br/m4/c3/lista>

Canarinho · lista do Episódio 3

Depois da aula: o combo deste episódio

[Abrir arena](#)

Vídeo em capítulos



Vá direto ao trecho que precisa.

<https://professorcanario.com.br/m4/c3/video>

Lista no app



As questões deste episódio,
para treinar.

<https://professorcanario.com.br/m4/c3/lista>

Livro da minissérie



Com QR em cada capítulo, que
leva ao vídeo e à lista daquele
tema.

<https://professorcanario.com.br/mecanica4/livro/>